

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
И.о. заведующего кафедрой  
математического анализа  
Шабров С.А.



01.07.2021

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### ФТД.02 Введение в финансовую математику

- 1. Шифр и наименование направления подготовки/специальности:**  
02.04.01 Математика и компьютерные науки
- 2. Профиль подготовки:** все профили
- 3. Квалификация (степень) выпускника:** Магистр
- 4. Форма обучения:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Кафедра математического анализа
- 6. Составители программы:**  
Колесникова Инна Викторовна, канд. физ.-мат. наук, доцент
- 7. Рекомендована:** Научно-методическим Советом математического факультета, протокол №0500-07 от 29.06.2021
- 8. Учебный год:** 2022/2023 **Семестр(-ы):** 3

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цель дисциплины: ознакомить студентов с постановками и методами решения задач финансовой математики, развитие у студентов базовых теоретико-вероятностных знаний о случайных процессах в экономике и финансах, а также, формирование практических навыков применения стохастических методов и моделей и экономической интерпретации полученных результатов.

Задачи дисциплины: освоение студентами основ теории случайных процессов в экономике и финансах; приобретение практических навыков применения стохастических методов для расчета соответствующих непрерывных экономико-математических моделей; приобретение умения интерпретировать полученные математические результаты для прогноза и объяснения экономических эффектов и управления экономическими системами

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Введение в финансовую математику» является факультативной дисциплиной основной образовательной программы направления подготовки 02.04.01 – Математика и компьютерные науки - Магистр.

Дисциплина базируется на знаниях, полученных по курсам математического анализа, алгебры теории вероятностей и математической статистики. Она предполагает формирование у студентов навыков финансовых исследований, расчетов, направлена на изучение и систематизацию наиболее типичных и массовых денежных потоков, а также на изучение их динамики. Знания могут быть использованы в дальнейшей трудовой деятельности выпускников.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

		Планируемые результаты обучения
ОПК-2. Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках, совершенствовать и разрабатывать концепции, теории и методы.	ОПК-2.1. Владеет навыками создания и исследования новых математических моделей в естественных науках. ОПК-2.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности. ОПК-2.3. Имеет практический опыт создания и исследования подобных математических моделей и разработки теорий и методов для их описания.	<i>знать</i> : актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики <i>уметь</i> : решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики <i>владеть</i> : методами решения актуальных и значимых проблем фундаментальной и прикладной математики-адекватным математическим аппаратом для ведения научно-исследовательской работы.

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 2/72.**

**Форма промежуточной аттестации зачет.**

**13. Виды учебной работы:**

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)			
	Всего	По семестрам		
		3 сем.		
Аудиторные занятия	18	18		
в том числе лекции	18	18		
практические				
лабораторные				
Самостоятельная работа	54	54		
Итого:	72	72		

**13.1. Содержание разделов дисциплины:**

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>Лекции</b>		
1.1	Основные понятия	Однопериодные биномиальные модели эволюции цен Некоторые понятия теории финансов, находящие применение в финансовой математике. Основные типы финансовых инструментов. Ценообразование форвардных контрактов. Временная стоимость денег. Арбитражные возможности. Арбитражное ценообразование. Однопериодная биномиальная модель. Справедливая цена опциона. Характеристика отсутствия арбитража. Риск - нейтральная вероятностная мера
1.2	Многопериодные биномиальные модели эволюции цен	Описание модели. Мультипликативная структура процесса эволюции цен. Ценообразование производных финансовых инструментов в биномиальной модели. Алгоритм обратной индукции. Реплицирующий портфель. Европейские опционы, американские опционы. Самофинансируемый портфель. Риск-нейтральное ценообразование. Переход к непрерывным моделям
1.3	Стохастические процессы и броуновское движение	Понятие стохастического процесса. Марковские процессы и марковское свойство. Стохастические процессы с непрерывным временем. Винеровский процесс, обобщенный винеровский процесс. Процесс Ито. Лемма Ито. Стохастический процесс ценообразования. Геометрическое случайное блуждание. Броуновское движение. Моделирование методом Монте-Карло. Применение к форвардным контрактам. Свойство самоподобия. Понятие о фракталах. Понятие о стохастическом процессе Леви
1.4	Модель Блека - Шоулза	Логнормальное свойство цен активов. Распределение доходностей. Ожидаемая доходность и волатильность актива. Оценка волатильности по историческим данным. Тренд и волатильность. Моделирование в непрерывном времени стохастического процесса с постоянным трендом и волатильностью. Биномиальная аппроксимация

		процесса ценообразования. Предположения, лежащие в основе дифференциального уравнения Блека – Шоулза. Получение уравнения Блека Шоулза. Оценка, нейтральная к риску. Формула Блека – Шоулза для цены европейских опционов и ее свойства. Ограничения теории. Хеджирование. Применение формулы Блека - Шоулза: варранты, подразумеваемая волатильность. Выплата дивидендов. Американские опционы
1.5	Торговые стратегии, использующие свойства опционов	Комбинации, спрэды, сочетания. Хеджирующие стратегии
1.6	Обзор стохастических моделей ценовой динамики	Линейные стохастические модели. Модель скользящего среднего MA(q). Авторегрессионная модель AR(p). Модель авторегрессии и скользящего среднего ARMA(p,q) и интегральная модель ARIMA(p,d,q). Прогнозирование в линейных моделях. Нелинейные стохастические модели. Модели ARCH и GARCH, их модификации. Модели стохастической волатильности. Модели динамического хаоса

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
01	Основные понятия	3			9	12
02	Многопериодные биномиальные модели эволюции цен	3			9	12
03	Стохастические процессы и броуновское движение	3			9	12
04	Модель Блека - Шоулза	3			9	12
05	Торговые стратегии, использующие свойства опционов	3			9	12
06	Обзор стохастических моделей ценовой динамики	3			9	12
Итого		18			54	72

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Предполагается, что, прослушав лекцию, магистрант ознакомится с рекомендованной литературой из основного списка, затем обратится к источникам, указанным в библиографических списках изученных книг, осуществит поиск и критическую оценку материала в Интернете, соберет информацию об новых законах и правилах, связанных со страхованием.

Просмотрев контрольные вопросы к курсу, следует выбрать те из них, которые связаны с разбираемой лекцией, и подготовить (хотя бы в конспективной форме) ответ на них, опираясь на найденную литературу.

**15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины:**

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. Т.1, 2. М.:Фазис, 1998.
2.	Малыхин В. И. Финансовая математика: Учеб. пособие для вузов. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. — 237 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3.	Малыхин В.И. Финансовая математика и модели налогообложения в упражнениях и задачах / В.И. Малыхин, С.И. Моисеев, В.А. Родин ; Ин-т менеджмента, маркетинга и финансов .— Воронеж : ИММиФ, 2008 .— 478с
4.	Джон К. Халл. Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты. М.: Вильямс, 2008.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
5.	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> –официальный сайт библиотеки ВГУ
6.	<a href="http://www.math.vsu.ru">http://www.math.vsu.ru</a> – официальный сайт математического факультета ВГУ
7.	<a href="http://www.math.msu.ru">http://www.math.msu.ru</a> – официальный сайт мехмата МГУ

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:** Для успешной самостоятельной работы предполагается тесный контакт с преподавателем, осуществляемый с помощью удаленной связи через интернет.

Самостоятельная работа магистрантов, прежде всего, заключатся в изучении литературы, дополняющей материал, излагаемый на лекции. Необходимо овладеть навыками библиографического поиска для написания реферата, в том числе среди сетевых ресурсов, уметь находить подходящие источники, творчески и критически перерабатывать историческую информацию, научиться сопоставлять различные точки зрения и определять методы исследований, а также представлять в устной форме изложение своих методологических изысканий.

**17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)** Осуществляется интерактивная связь с преподавателем через сеть интернет, проводятся индивидуальные онлайн консультации.

Лекции осуществляются с использованием презентационного оборудования.

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Специализированная мебель.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины

### 19. Фонд оценочных средств:

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	средства оценивания
Основные понятия	ОПК-2	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3	Устный опрос
Многопериодные биномиальные модели эволюции цен	ОПК-2	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3	Устный опрос
Стохастические процессы и броуновское движение	ОПК-2	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3	КИМ 1
Модель Блека - Шоулза	ОПК-2	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3	Устный опрос
Торговые стратегии, использующие свойства опционов	ОПК-2	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3	Устный опрос
Обзор стохастических моделей ценовой динамики	ОПК-2	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3	КИМ 1
Промежуточная аттестация			Вопросы к зачету

### 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

#### Примерный перечень вопросов к зачету

1. Простые проценты
2. Сложные проценты
3. Эквивалентность платежей и процентных ставок
4. Учет инфляции в финансовых расчетах
5. Дисконтирование
5. Финансовые ренты
7. Кредит, погашение или амортизация долга
8. Анализ инвестиционных проектов
9. Анализ лизинговых операций
10. Финансовые расчеты по ценным бумагам.

## Типовые практические задания

1. Предприниматель получил на полтора года кредит в размере 40 тыс. руб. с условием возврата 50 тыс. руб. Определите процентную ставку, учетную ставку и дисконт-фактор за полтора года. Чему равен индекс роста суммы кредита?
2. Вы поместили в банк вклад 10 тыс. руб. под простую процентную ставку 25% годовых. Какая сумма будет на вашем счете через 3 года? Какова будет величина начисленных процентов? Если банк осуществляет регулярные выплаты начисленных процентов, то какую сумму Вы будете получать: а) каждый год; б) каждый квартал?
3. Предприниматель 18 апреля обратился в банк за ссудой до 19 ноября того же года под простую процентную ставку 25% годовых. Банк, удержав в момент предоставления ссуды проценты за весь ее срок, выдал предпринимателю 12 тыс. руб. Какую сумму необходимо будет вернуть банку, если при расчете начисленных процентов использовались обыкновенные проценты с точным числом дней?
4. Господин Иванов занял у господина Петрова 5200 руб. и выдал ему вексель, по которому обязался выплатить через три месяца 12 тыс. руб. Найти годовой процент  $i$  и соответственно годовую учетную ставку  $j$  оказанной Петровым «финансовой» любезности.  
Задачу решите для двух вариантов:  
а)  $i$  и  $j$  — ставки простых процентов;  
б)  $i$  и  $j$  — ставки сложных процентов
5. Фирма предлагает бытовую технику и компьютеры в кредит. Простая процентная ставка по кредитам - 0,5% в месяц. Покупатель приобретает компьютер стоимостью 50 тыс. руб., заплатив 35% его стоимости и оформив кредит на 5 месяцев. Составьте план погашения кредита с учетом, что долг с течением времени уменьшается и процентные платежи за пользование кредитом рассчитываются каждый раз на оставшуюся часть долга. Сам же основной долг выплачивается равными суммами.
5. Нарращение осуществляется по простой процентной ставке 12% годовых в течение полутора лет. Определите годовую номинальную процентную ставку с начислением сложных процентов 4 раза в год, которая обеспечивает такую же величину наращенной суммы.
7. Векселедержатель 10 февраля предъявил для учета вексель со сроком погашения 18 марта того же года. Банк учел вексель по учетной ставке 25% годовых и выплатил клиенту 29,2 тыс. руб. Какой величины комиссионные удержаны банком в свою пользу, если год невисокосный?
8. Пользуясь правилом числа 70, спрогнозируйте период удвоения цены при значении годового темпа инфляции  $r = 0,15$

### Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации)

Для оценивания результатов обучения на зачете используются следующие показатели:

- 1) знание основных понятий, методов и приемов в финансах;
- 2) умение самостоятельно работать с различными источниками информации, собирать исходные данные, систематизировать информацию, анализировать экспертные данные, устанавливать достоверность информации;
- 3) умение иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований;
- 4) владение адекватным математическим аппаратом для ведения научно-исследовательской работы.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Ответ на контрольно-измерительный материал соответствует одному или более чем одному из перечисленных показателей, обучающийся дает ответы на дополнительные вопросы, может быть не совсем полные. Демонстрирует знание учебного материала, возможно с некоторыми ошибками.	Пороговый уровень и выше порогового	зачтено
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует ни одному из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует фрагментарные знания и умения или отсутствие их.		не зачтено

**Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в форме устного опроса (индивидуального или группового), и контрольной работы.

Промежуточная аттестация включает в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний, решение задач и защиту реферата, позволяющую оценить степень сформированности умений и навыков.

При оценивании используются качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.